科学出版社 Science Press

电磁场与电磁波理论基础

总 复 习

科学出版社 Science Press

第一章 矢量分析和场论

主要掌握以下几个方面：

1.标量场的梯度和方向导数的数学表述和意义并进行计算，并掌握等值面和等值线的概念。计算梯度和方向导数的公式如下：

$$\nabla u = \text{grad}u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{e}_y + \frac{\partial u}{\partial z}\mathbf{e}_z$$

$$\frac{du}{dl} = \nabla u \cdot \mathbf{a}_l$$

$$\mathbf{a}_l = \cos\alpha\mathbf{e}_x + \cos\beta\mathbf{e}_y + \cos\gamma\mathbf{e}_z$$

2.矢量场的通量、散度和环量、旋度的数学表述和意义并进行计算，并掌握矢量线的概念。计算矢量场通量、散度和环量、旋度的公式如下：

$$\Phi = \iint_{(S)} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Phi = \iint_{(S)} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iint_{(S)} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\mathrm{div}\mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\Gamma = \int_{(L)} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

科学出版社 Science Press

第二章　静电场

- 1. 简单电荷分布电场和电位的计算

$$\mathbf{E}(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V')}\frac{\rho_{V'}(\mathbf{r}')}{R^3}\mathbf{R}dV'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V')}\frac{\rho_{V'}(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}dV'$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S')}\frac{\rho_{S'}(\mathbf{r}')}{R^3}\mathbf{R}dS'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S')}\frac{\rho_{S'}(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}dS'$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(l')}\frac{\rho_{l'}(\mathbf{r}')}{R^3}\mathbf{R}dl'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(l')}\frac{\rho_{l'}(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}dl'$$

$$u(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V')}\frac{\rho_{V'}(\mathbf{r}')}{R}dV'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V')}\frac{\rho_{V'}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dV'$$

$$u(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S')}\frac{\rho_{S'}(\mathbf{r}')}{R}dS'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S')}\frac{\rho_{S'}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dS'$$

$$u(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(l')}\frac{\rho_{l'}(\mathbf{r}')}{R}dl'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(l')}\frac{\rho_{l'}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}dl'$$

- 电场与电位的关系：

$$\mathbf{E}(\mathbf{r})=-\nabla u(\mathbf{r})$$

2.描述静电场的基本方程：

$$\begin{cases} \iint\limits_{(S)} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint\limits_{(V)} \rho_V dV \\ \int\limits_{(L)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_V \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

3。静电场的边界条件：

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_S$$

❖ **4.**高斯定理：

$$\iint_{(S)} \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = Q \qquad w_e = \frac{1}{2}\mathbf{D}\cdot\mathbf{E} \qquad W_e = \frac{1}{2}\iiint_{(V)} \mathbf{D}\cdot\mathbf{E}dV$$

❖ **5.**静电场的唯一性定理和镜像法

❖ 唯一性定理表明：对任意的静电场，当电荷分布和求解区域边界上的边界条件已知时，空间区域的场分布就唯一地确定了。

科学出版社 Science Press

第三章　恒定电流与恒定电场

1.欧姆定律和焦耳定律：

$$\mathbf{J}_V=\sigma\mathbf{E}\qquad I=\iint_{(S)}\mathbf{J}_V\cdot d\mathbf{S}$$

$$p=\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}_V\qquad P=\iiint_{(V)}\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}_V dV$$

2.恒定电场的基本方程：

$$\begin{cases}\oint_{(l)}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=0\\ \oiint_{(S)}\mathbf{J}_V\cdot d\mathbf{S}=0\end{cases}\qquad\begin{cases}\nabla\times\mathbf{E}=0\\ \nabla\cdot\mathbf{J}_V=0\end{cases}$$

3.恒定电场的边界条件：

$$\mathbf{n}\times(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)=0$$

$$\mathbf{n}\times\left(\frac{\mathbf{J}_1}{\sigma_1}-\frac{\mathbf{J}_1}{\sigma_2}\right)=0$$

4.体电流密度$\mathbf{J}_V$、面电流密度$\mathbf{J}_S$和线电流I的概念

第四章 恒定电流的磁场

- **1.**安培定律和毕奥-萨伐尔定律

$$\mathbf{F}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{(l_2)}\int_{(l_1)}\frac{I_2 d\mathbf{l}_2\times\left(I_1 d\mathbf{l}_1\times\mathbf{a}_R\right)}{R^2}$$

$$\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{(l)}\frac{I d\mathbf{l}'\times\mathbf{a}_R}{R^2}$$

- **2.**磁介质中的安培环路定律

$$\int_{(l)}\mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}=I \qquad \int_{(l)}\mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}=\iint_{(S)}\mathbf{J}_V\cdot d\mathbf{S}$$

3.恒定磁场的基本方程

$$\begin{cases} \oiint_{(S)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \\ \oint_{(l)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \end{cases} \qquad \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_V \end{cases} \qquad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

4.恒定磁场的边界条件

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \qquad \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_S$$

5.自感与互感的概念及磁场能量

$$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$$

第五章 时变电磁场

- **1.**时变电磁场的基本方程—麦克斯韦方程
- 积分形式

$$\oint_{(l)} \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \iint_{(S)}\left(\mathbf{J}_V + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right)\cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint_{(l)} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\iint_{(S)} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{S}$$

$$\oiint_{(S)} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oiint_{(S)} \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \iiint_{(V)} \rho_V dV$$

- 微分形式

$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J}_V + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_V$$

- **4.**物质方程

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E} \qquad \mathbf{J}=\sigma\mathbf{E} \qquad \mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$$

- **5.**边界条件
- **6.**坡印廷矢量和坡印廷定理（物理意义）

$$-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{(V)} w dV=\iiint_{(V)}\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}_V dV+\iint_{(S)}(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\cdot d\mathbf{S}$$

$$\mathbf{S}=\mathbf{E}\times\mathbf{H} \qquad \mathbf{S}_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T\mathbf{S}(\mathbf{r};t)dt$$

- **7.**波动方程（有耗与无耗的区别）

$$\nabla^2\mathbf{H}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2}=0 \qquad \nabla^2\mathbf{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0$$

8.复数形式的麦克斯韦方程

$$\nabla\times\tilde{\mathbf{H}}=\tilde{\mathbf{J}}_V+j\omega\tilde{\mathbf{D}} \qquad \nabla\times\tilde{\mathbf{E}}=-j\omega\tilde{\mathbf{B}}$$

$$\nabla\cdot\tilde{\mathbf{B}}=0 \qquad \nabla\cdot\tilde{\mathbf{D}}=\tilde{\rho}_V$$

9.物质方程和边界条件

10.复坡印廷矢量和平均坡印廷矢量

$$\tilde{\mathbf{S}}=\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{E}}\times\tilde{\mathbf{H}}^* \qquad \mathbf{S}_{av}=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{E}}\times\tilde{\mathbf{H}}^*\right]$$

11.矢量亥姆霍兹方程

$$\nabla^2\tilde{\mathbf{E}}+k^2\tilde{\mathbf{E}}=0$$

$$\nabla^2\tilde{\mathbf{H}}+k^2\tilde{\mathbf{H}}=0$$

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

第六章 无界空间平面电磁波的传播

- 1.理想介质中的平面波及基本特性

$$\tilde{\mathbf{E}}(x,y,z)=\tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

- $$\tilde{\mathbf{H}}(x,y,z)=\tilde{\mathbf{H}}_0 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}=\frac{\mathbf{k}\times\tilde{\mathbf{E}}_0}{\omega\mu}e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

瞬时表达式?

- 等相位面和相速度、横波特性和波阻抗

$$\phi=\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+\varphi_e \qquad \upsilon_\phi=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad \eta=\frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{H}|}=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\eta_0$$

$$\mathbf{k}\cdot\mathbf{E}=0 \qquad \mathbf{k}\cdot(\mathbf{k}_0\times\mathbf{E}_0)=0$$

平面电磁波是横电磁波，简称**TEM**波

- 2.有耗与无耗介质中平面波有什么不同？趋肤深度的概念。
- 3.波的极化
- 线极化波、圆极化波和椭圆极化波的判断，左旋和右旋的判断等。

科学出版社 Science Press

第七章　平面电磁波的反射和透射

- 1. 平面电磁波对分界面的垂直入射
- 　理想介质与理想导体分界面
- 　理想介质与理想介质分界面
- 　波传播的特点
- 2. 反射系数和透射系数

科学出版社 Science Press

第九章 传输线

❖ **1.**传输线方程、波动方程及其解

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}=Ri(z,t)+L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z}=Gu(z,t)+C\frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{d^2\tilde{U}(z)}{dz^2}-\tilde{\gamma}^2\tilde{U}(z)=0$$

$$\frac{d^2\tilde{I}(z)}{dz^2}-\tilde{\gamma}^2\tilde{I}(z)=0$$

$$u(z,t)=\left|\tilde{U}_0^+\right|e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z)+\left|\tilde{U}_0^-\right|e^{+\alpha z}\cos(\omega t+\beta z)$$

$$i(z,t)=\frac{1}{Z_0}\left[\left|\tilde{U}_0^+\right|e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z)-\left|\tilde{U}_0^-\right|e^{+\alpha z}\cos(\omega t+\beta z)\right]$$

- **2.**几个重要概念
- 单位长串联阻抗 $\tilde{Z}=R+j\omega L$
- 单位长串联导纳 $\tilde{Y}=G+j\omega C$
- 复传播常数 $\tilde{\gamma}=\sqrt{\tilde{Z}\tilde{Y}}=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$
- 衰减常数和相位常数 $\tilde{\gamma}=\alpha+j\beta$
- 传输线的特征阻抗 $\tilde{Z}_0=\sqrt{\dfrac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$

3.无耗传输线

$$\alpha \approx 0, \qquad \beta \approx \omega\sqrt{LC}, \qquad \tilde{Z}_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

4.无耗传输线上的行驻波

$$u(z,t) = \left|\tilde{U}_0^+\right| A\cos\left(\omega t - \beta z + \phi_+ + \phi_a\right)$$

$$i(z,t) = \left|\frac{\tilde{U}_0^+}{\tilde{Z}_0}\right| B\cos\left(\omega t - \beta z + \phi_- + \phi_b\right)$$

$$A = \left[1 + \left|\tilde{\Gamma}_0\right|^2 + 2\left|\tilde{\Gamma}_0\right|\cos\left(2\beta z + \phi_0\right)\right]^{1/2}$$

$$B = \left[1 + \left|\tilde{\Gamma}_0\right|^2 - 2\left|\tilde{\Gamma}_0\right|\cos\left(2\beta z + \phi_0\right)\right]^{1/2}$$

5.相速度、传输线上的波长和驻波比

$$\upsilon_\varphi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\upsilon_\varphi}{f}$$

$$\rho = \frac{\left|\tilde{U}\right|_{\max}}{\left|\tilde{U}\right|_{\min}} = \frac{\left|\tilde{U}_0^+\right|\left(1+\left|\tilde{\Gamma}_0\right|\right)}{\left|\tilde{U}_0^+\right|\left(1-\left|\tilde{\Gamma}_0\right|\right)} = \frac{\left|\tilde{U}_0^+\right|+\left|\tilde{U}_0^-\right|}{\left|\tilde{U}_0^+\right|-\left|\tilde{U}_0^-\right|}$$

6.反射系数和输入阻抗

$$\tilde{\Gamma}(z) = \tilde{\Gamma}_0 e^{+j2\beta z} = \left|\tilde{\Gamma}_0\right| e^{+j(2\beta z+\phi_0)}$$

$$\rho = \frac{1+\left|\tilde{U}_0^-/\tilde{U}_0^+\right|}{1-\left|\tilde{U}_0^-/\tilde{U}_0^+\right|} = \frac{1+\left|\tilde{\Gamma}(z)\right|}{1-\left|\tilde{\Gamma}(z)\right|}$$

$$\tilde{Z}_{in}(z) = \frac{\tilde{U}(z)}{\tilde{I}(z)} = \tilde{Z}_0 \frac{\left[1+\tilde{\Gamma}(z)\right]}{\left[1-\tilde{\Gamma}(z)\right]}$$

$$\tilde{\Gamma}_0 = \frac{\tilde{Z}_L - \tilde{Z}_0}{\tilde{Z}_L + \tilde{Z}_0}$$

$$\tilde{Z}_L = \frac{\tilde{U}_L}{\tilde{I}_L} = \tilde{Z}_0 \frac{1+\tilde{\Gamma}_0}{1-\tilde{\Gamma}_0}$$

- 始端输入阻抗

$$\tilde{Z}_{in}(-l) = \tilde{Z}_0 \frac{\tilde{Z}_L + j\tilde{Z}_0 \tan \beta l}{\tilde{Z}_0 + j\tilde{Z}_L \tan \beta l}$$

- **7.**传输线的工作状态
- 短路线、开路线和阻抗 匹配传输线

第十章 电磁波在波导中的传播

- **1.**矩形波导中电磁波传播的模式

$$\tilde{E}_z(x,y)\neq 0,\quad \tilde{H}_z(x,y)\neq 0$$

- **TE**波

$$\tilde{E}_z(x,y)=0,\quad \tilde{H}_z(x,y)\neq 0$$

- **TM**波

$$\tilde{E}_z(x,y)\neq 0,\quad \tilde{H}_z(x,y)=0$$

- **2.**矩形波导的传输条件

- 截止波数

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

- 截止波长

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2\pi}{\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}$$

- 截止频率

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{k_c}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{\upsilon}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

- 传输条件

$$k > k_c \quad 或 \quad \frac{2\pi}{\lambda} > \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

$$\lambda < \lambda_c = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}$$

$$f > f_c = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} = \frac{\upsilon}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

- **3.**矩形波导中存在的传播模式

矩形波导内能够存在的模式为**TE_{0n}**、**TE_{m0}**和**TM_{mn}**（**m≠0**，**n≠0**）。

4.相速度、波导波长、群速度和波阻抗

$$\upsilon_{\varphi}=\frac{\omega}{k_z}=\frac{\omega}{\sqrt{k^2-k_c^2}}=\frac{\upsilon}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}}$$

$$\lambda_g=\upsilon_{\varphi}T=\frac{\upsilon T}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}}=\frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}}$$

$$\upsilon_g=\frac{d\omega}{dk_z}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\frac{k_z}{\sqrt{k_z^2+k_c^2}}=\upsilon\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}$$

$$\eta_{TE}=\frac{E_x}{H_y}=-\frac{E_y}{H_x}=\frac{\omega\mu}{k_z}=\frac{\eta}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}}$$

$$\eta_{TM}=\frac{E_x}{H_y}=-\frac{E_y}{H_x}=\frac{k_z}{\omega\varepsilon}=\eta\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}$$